

# CONCEPT DE PONT PRÉCONTRAIT : APPLICATION À UNE PASSERELLE EN MATÉRIAUX COMPOSITES

O. BAVEREL\*,\*\* – J.-F. CARON\*

\* Université Paris-Est, Institut Navier, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées  
6-8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, 77455 Champs-sur-Marne, Marne-la-Vallée Cedex 2

\*\* Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Grenoble  
60 rue de Constantine 38000 Grenoble

## 1. INTRODUCTION

**A**u cours des vingt dernières années, de nombreuses applications en matériaux composites ont été réalisées dans l'industrie de la construction. Le principal domaine d'application concerne le renforcement des poutres en béton par plats ou tissus de fibres de carbone [1] ou l'utilisation de câbles pour haubans ou tirants divers. Ainsi entre autres, une passerelle entièrement en composites a été construite à Aberfeldy (Écosse, 1993) et un pont mobile à Stonehouse (Angleterre, 1995). Une autre passerelle avec des câbles en fibres de carbone a été construite à Laroin (France, 2002). Néanmoins, les applications utilisant des matériaux composites comme éléments de structure restent exceptionnelles en comparaison avec le béton, l'acier ou le bois. Bien que les qualités de leurs propriétés mécaniques soient évidentes (faible densité, haute résistance et une haute résistance à la corrosion et à la fatigue), leur faible module d'élasticité rend leur utilisation dans les bâtiments plus chère que celle d'autres matériaux traditionnels. Afin d'utiliser au mieux les caractéristiques des matériaux composites, de nouveaux concepts structuraux doivent être trouvés.

L'Institut Navier a développé des projets innovants de passerelles et de coques de type Grid Shell [2] [3] [4] [5].

Dans cet article, un concept de pont précontraint est présenté. Le principe physique utilisé pour la réalisation de ce système peut être illustré par une catapulte dont le lanceur en bois est fléchi élastiquement. Lorsque la catapulte est chargée par une pierre, cette charge ne crée qu'un déplacement très faible (figure 1, dessin de L. Da Vinci). Cela est dû au fait que la corde agit comme un poteau et reprend la charge de la pierre. La corde a été précontrainte par l'énergie élastique de flexion emmagasinée dans la poutre de bois. En ajoutant du poids sur la catapulte, la corde devient simplement moins tendue.

Le concept de la catapulte peut être utilisé pour réduire la portée d'une poutre ou d'un pont. Par exemple, un câble

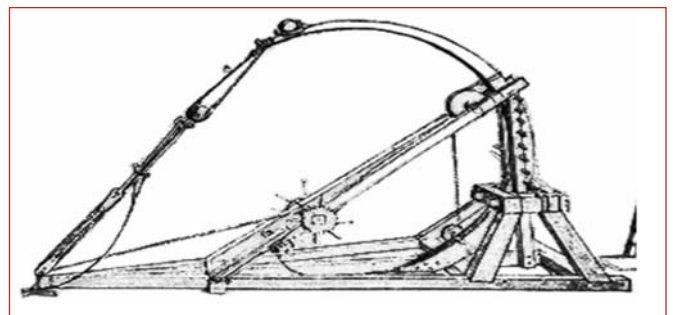


Figure 1 : Schéma d'une catapulte conçue par L. De Vinci.

peut être mis en place à mi-portée d'une poutre courbe. Afin d'avoir une poutre approximativement plate lorsque l'appui central est mis en place, la poutre doit être initialement courbe comme le montre la figure 2.

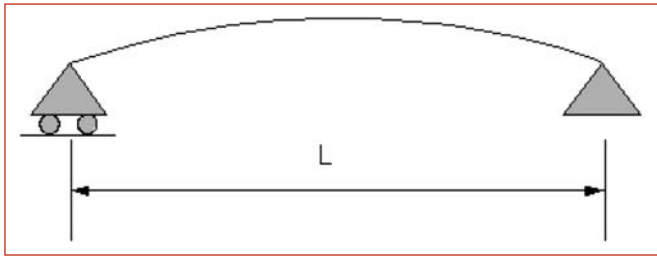


Figure 2: Configuration initiale courbe.

La deuxième étape consiste à charger la poutre avec un câble qui va agir comme un poteau.

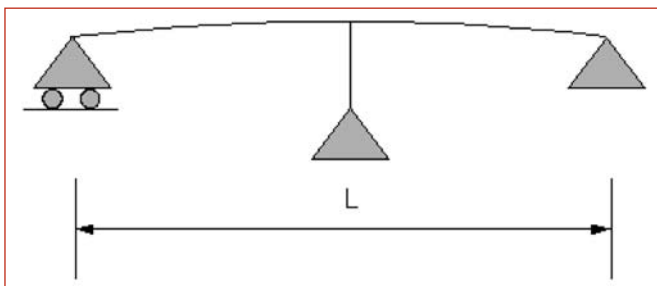


Figure 3: Configuration finale.

En faisant l'hypothèse que la raideur  $K$  du câble est bien plus grande que la rigidité du pont et que le pont supporte une charge uniformément répartie  $p$ , l'équation de la flèche est de la forme :

$$d = c \frac{pL^4}{EI} \quad (1)$$

Où  $d$  est la flèche,  $c$  est une constante qui dépend des conditions aux limites,  $E$  est le module de Young,  $I$  le moment d'inertie et  $L$  la portée. En ajoutant le câble, la portée est divisée par 2 et donc la flèche entre appuis est divisée par 16. Ce n'est pas tout à fait exact car la constante  $c$  est différente lorsque le câble est en place puisque le système est hyperstatique. La configuration de la figure 3 a de plus un champ de contrainte initiale avant chargement extérieur qui pourrait être un inconvénient et ceci doit être étudié. Après une explication des avantages de ce concept, des calculs détaillés sont présentés et démontrent l'intérêt à utiliser des GRFP (Glass Reinforced Fibber Polymer) pour ce type de structure. Enfin, la construction d'un prototype de 12 m est détaillée.

## 2. AVANTAGES DU CONCEPT

Aujourd'hui, les structures du bâtiment et du génie civil sont conçues en utilisant la notion d'état limite. L'état limite ultime est souvent basé sur la résistance du matériau. L'état limite de service est principalement basé sur la raideur de la structure et du matériau. Très souvent, les structures élancées sont conçues selon le deuxième critère.

Ce critère et les problèmes d'instabilité élastique dépendent linéairement du module de Young de l'élément structurel. Par conséquent, un matériau à faible module de Young tel que le GRFP aura des difficultés à entrer en concurrence avec l'acier.

Les avantages de ce concept sont les suivants :

- L'appui câble ne risque pas de flamber et sera donc sensiblement plus élancé que le poteau équivalent, ceci permet aussi d'avoir un appui câble très long.
- Le câble n'a pas besoin de fondations, mais juste d'un poids mort ou d'un ancrage.
- Les tassements différentiels créeront moins de préjudices que pour une structure hyperstatique sur trois appuis classique.
- Le câble peut facilement être réajusté en cas de tassement.
- D'un point de vue esthétique, l'appui câble ne ressemble pas à un poteau, et il est visuellement presque inexistant.

## 3. CRITÈRES DE CONCEPTION DE LA POUTRE

Dans cette section, deux formules pour la conception du système sont démontrées. La première formule est basée sur les contraintes et la seconde sur la flèche ou la rigidité de la poutre.

### 3.1. Conception basée sur la résistance du pont

- a) Considérons la poutre de la figure 4, la force  $T$  du câble crée une flèche  $d$  au centre de la poutre.

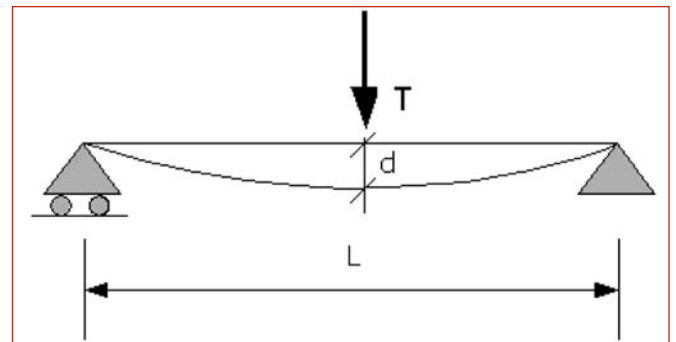


Figure 4: Flèche de la poutre due à la tension du câble.

$$d = \frac{TL^3}{48EI} \quad (2)$$

Où  $T$  est la tension dans le câble,  $E$  est le module de Young de la poutre et  $I$  est le moment d'inertie de la poutre.

Le moment de flexion à mi-travée est :

$$M = \frac{TL}{4} \quad (3)$$

Le champ de contrainte est (en considérant une section rectangulaire)

$$\sigma_{max} = \frac{Mh}{2I} \quad (4)$$

Où  $\sigma_{max}$  est la contrainte admissible dans le matériau  
 b) Considérons maintenant la figure 5 où le pont est uniformément chargé et où l'appui central est assuré par le câble tendu.

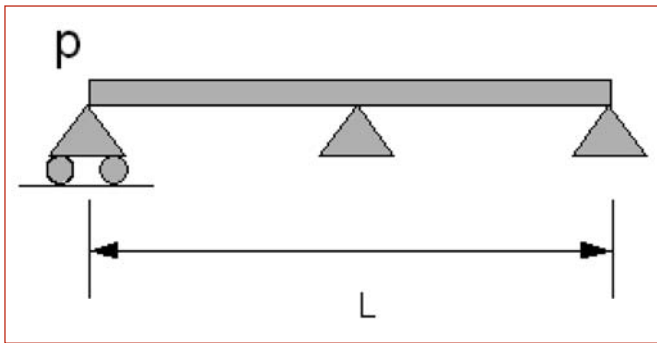


Figure 5: Poutre uniformément chargée.

Le moment fléchissant créé par p au niveau de l'appui central est pour cette configuration hyperstatique:

$$M = \frac{pL^2}{32} \quad (5)$$

Ce moment est de signe opposé à celui calculé en (3). Pour garder le câble en tension, la condition suivante doit être satisfaite :

$$R_c = \frac{5}{8}pL < T \quad (6)$$

Où  $R_c$  est la réaction du support central due à la charge p dans le cas hyperstatique décrit en b). Ainsi, en combinant (3) et (6) le moment fléchissant limite créé par le poteau tendu pour résister une charge p est :

$$M = \frac{5pL^2}{32} \quad (7)$$

Ce moment fléchissant est 5 fois plus important que celui de l'équation (5). L'équation (7) est donc dimensionnante et correspond finalement au cas où la poutre n'est pas chargée par p.

En combinant (4) et (7), on trouve un premier critère de dimensionnement du système qui donne la charge p limite admissible pour la passerelle et au-delà de laquelle on a rupture de la poutre causé par la mise en charge par tension du poteau et non pas par le chargement p lui-même.

$$p < \frac{(64 \sigma_{max} I)}{5hL^2} \quad (8)$$

On peut observer que dans l'équation (8), p dépend de la résistance du matériau utilisé et pas du module de Young.

### 3.2. Conception basée sur la rigidité de la poutre

La poutre à moitié chargée donne la flèche maximum. Dans ce cas, cette flèche maximum se situe aux environs du quart de la travée.

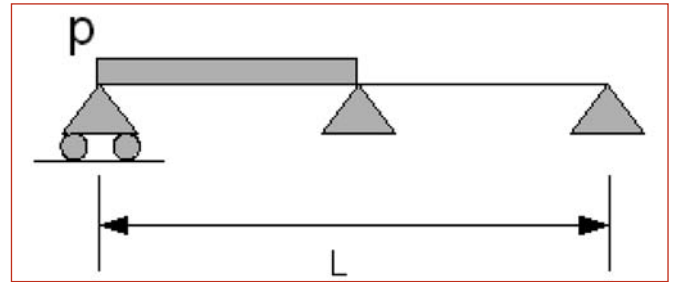


Figure 6: Chargement sur une moitié de poutre.

Le support central est considéré comme un support rigide. En considérant que la flèche admissible en fonction de la portée est de  $(L/2) / 300$ , qui est le ratio classique utilisé pour la conception des poutres, l'équation de la flèche maximale donne le second critère de dimensionnement de la poutre:

$$p < \frac{437EI}{150L^3} \quad (9)$$

Dans cette équation la charge dépend du module de Young et non de la résistance du matériau utilisé.

## 4. DOMAINE DE SOLUTION DES ÉQUATIONS DE DIMENSIONNEMENT

Avant de comparer les équations (8) et (9) qui ont été introduites dans la section précédent c'est à dire avant de classer les deux critères afin de déterminer lequel est le plus critique en fonction des données du problème, il est nécessaire de vérifier si le câble est structurellement utile ou pas.

### 4.1. Comparaison avec une poutre sans le câble central

La flèche d'une poutre sur deux appuis

$$d = \frac{(5pl^4)}{384EI}$$

Si on choisit une flèche de  $L/300$  et l'équation est la suivante:

$$p < \frac{(32EI)}{(125L^3)} \quad (10)$$

Les critères (8) et (10) sont équivalents lorsque :

$$\frac{E}{\sigma_{max}} = 50 \frac{L}{h} \quad (11)$$

Dans cette équation, les propriétés des matériaux sont mises dans la partie gauche de l'équation et les propriétés géométriques de la poutre sont dans la partie droite. Cette équation est représentée par une ligne pleine sur la figure 7. L'équation est de la forme  $Y = AX$  où  $A$  vaut 50. Si  $A$  est supérieur à 50, l'équation montre que le câble est inutile.

#### 4.2. Comparaison des équations (8) et (9)

Afin de trouver laquelle des deux formules donne la plus petite charge  $p$  et donc le critère de dimensionnement, il suffit de trouver la droite pour laquelle les deux critères (8) et (9) sont équivalents. L'équation de cette droite est :

$$\frac{E}{\sigma_{max}} = \frac{1920}{437} \frac{L}{h} \quad (12)$$

Cette droite est montrée sur la figure 7 (en pointillé) et délimite deux zones du plan.

Si

$$\frac{E}{\sigma_{max}} > \frac{1920}{437} \frac{L}{h} \quad (13)$$

C'est à dire la zone 2, alors c'est le critère (8) de résistance du matériau qui donne la plus petite valeur de  $p$ . Cela signifie que le critère de conception le plus important sera la résistance du matériau. *A contrario*, dans la zone 3, alors c'est le critère de raideur (9) qui dimensionnera la poutre.

#### 4.3. Représentation graphique du domaine de solutions et application à quelques matériaux

Les droites (11) et (12) sont reportées sur la figure 7. Ce graphique a en abscisse le rapport de la portée sur la hauteur de la poutre et en ordonnée le rapport du module de Young sur la résistance du matériau étudié.

On peut distinguer trois régions :

- Région 1, où le câble est inutile,
- Région 2, où la charge maximale est donnée par l'inéquation 8 (critère de résistance du matériau),
- Région 3, lorsque la charge maximale est donnée par l'inéquation 9 (critère de flèche).

Les proportions géométriques usuelles d'un élément structural sont principalement dans la région 2 et 3. Si les pro-

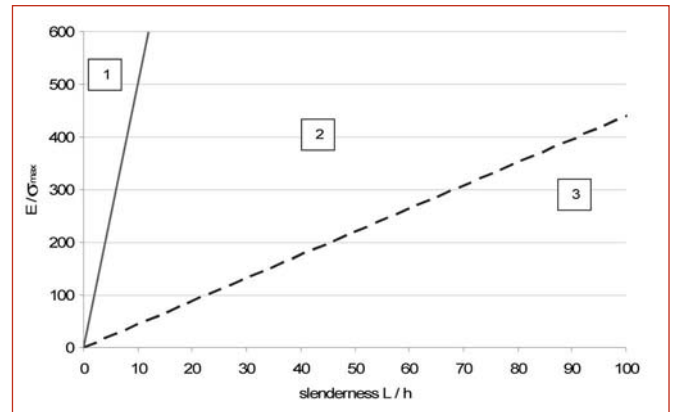


Figure 7 : Représentation graphique des domaines solutions.

portions géométriques sont dans la région 2, c'est la résistance du matériau qui donnera la charge maximum.

Le tableau 1 montre les résistances et raideur de divers matériaux et leurs comparaisons à la raideur et la résistance de l'acier. On peut remarquer que dans la région 2, malgré un module de Young inférieure à celui de l'acier, le CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer) et le titane pourront reprendre une charge supérieure à l'acier car les contraintes maximales admissibles de ces matériaux sont supérieures à celles de l'acier.

La figure 8 montre le rapport  $E / \sigma_{max}$  des matériaux du tableau 1. Pour être compétitif, avec de l'acier, le CFRP doit rester dans la région 2, ce qui signifie que le ratio porté sur épaisseur de la poutre doit être de 30 au maximum. Néanmoins, la pente de la ligne entre la région 2 et 3, est donnée par la flèche maximale autorisée au quart de la travée. En permettant de plus grands déplacements, cette ligne aura tendance à être plus horizontale et permettra d'augmenter la taille de la région 2 et donc d'augmenter l'élanement max de 30.

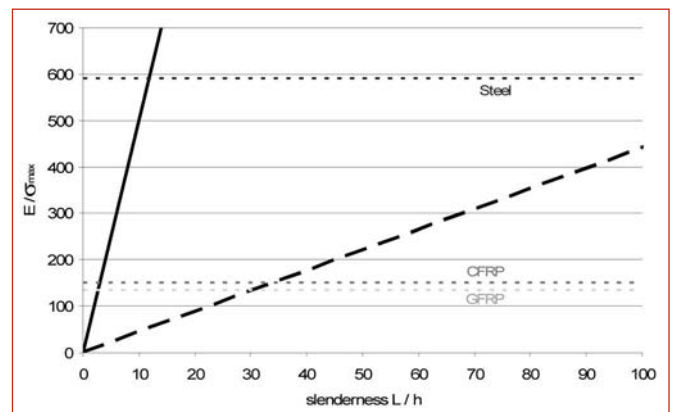


Figure 8 : Localisation de différents matériaux.

|                                   | Steel   | Aluminium | GFRP   | CFRP    | Titanium | Wood   |
|-----------------------------------|---------|-----------|--------|---------|----------|--------|
| $\sigma_{max}$ (Mpa)              | 355     | 130       | 200    | 800     | 670      | 20     |
| $E$ (Mpa)                         | 210 000 | 70 000    | 27 000 | 120 000 | 110 000  | 10 000 |
| $E_{steel}/E$                     | 1       | 0,33      | 0,13   | 0,57    | 0,52     | 0,05   |
| $\sigma_{max steel}/\sigma_{max}$ | 1       | 0,37      | 0,56   | 2,25    | 1,89     | 0,06   |

Tableau 1 : Comparaison du module de Young et de la contrainte maximale de divers matériaux.

## 5. CONSTRUCTION D'UN PROTOTYPE

Afin de vérifier les calculs et la faisabilité technique du concept, un prototype de 12 mètres a été construit à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Comme il est difficile de fabriquer des matériaux composites courbes, la première étape de la construction a été de créer un élément courbe avec éléments pultrudés droits. La solution fut donc de cintrer deux éléments élastiquement et de les fixer dans cette position comme le montrent les figures 9 et 10. Une fois les deux éléments collés ensemble, on observe une petite perte de courbure due au retour élastique après collage comme démontré ci-après.

Le moment global créé par  $n$  poutres fléchies est égal à :

$$nM_0 = M_{\text{relachement}} \quad (14)$$

avec

$$M_0 = \frac{EI}{r_0} \quad (15)$$

Et

$$M_{\text{relachement}} = EI' \Delta\kappa, \quad (16)$$

où  $\Delta\kappa$  est le changement de courbure entre la configuration où les poutres sont maintenues pour le collage et la configuration où les poutres sont collées et relâchées (on observe un relâchement élastique).  $I'$  est l'inertie globale de la poutre constituée des deux profils collés parfaitement,  $I' = 8 I$  ici.

Le changement de courbure peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$\Delta\kappa = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \quad (17)$$

Où  $R$  est le rayon de courbure de la configuration finale.

On peut généraliser et écrire que  $I'$  l'inertie de  $n$  poutres collées est donnée par :

$$I' = n^3 I \quad (18)$$

On considère dans ce calcul des sections rectangulaires pleines (ce qui n'est pas été réalisé dans notre prototype mais donne les ordres de grandeurs).

En combinant (14) (15) (16) (17) et (18) on trouve :

$$\Delta\kappa = \frac{1}{n^2 r_0} \quad (19)$$

Et donc ;

$$R = \frac{n^2}{n^2 - 1} r_0 \quad (20)$$

Ainsi, si deux poutres sont collées, le rayon de courbure  $R$  de la configuration finale est de  $R = (4/3) r_0$ . Si  $n$  est grand, le retour élastique est alors quasi nul.



Figure 9 : Préparation du collage.



Figure 10 : Collage des poutres.

Une fois que la colle a solidarisé les deux éléments, la poutre a été déchargée puis retournée afin de placer la courbure dans la bonne direction (Figure 11).



Figure 11 : Positionnement de la poutre dans sa position finale.

L'étape suivante a été de mettre en place le câble. On charge la poutre afin d'ajuster le câble (figure 12).



Figure 12 : Chargement de la poutre afin de mettre en place le câble central.

Des tiges filetées en inox ont été préférées à la place de câble pour de raisons de simplicité d'ajustement. Ces tiges ont été croisées pour de raisons de stabilité et être capable de reprendre des efforts horizontaux (figure 13).



Figure 13 : Appui central croisé.

Les extrémités de la poutre sont articulées à une extrémité et simplement appuyées de l'autre. Une vue de la structure complète est montrée dans la figure 12. Des essais sous différents cas de chargement ont montré que la précision des calculs était tout à fait satisfaisante.



Figure 14 : Vue d'ensemble de la passerelle.

## 6. AUTRES CONFIGURATIONS

De nombreuses configurations peuvent être créées en utilisant le principe de la précontrainte par flexion. Par exemple, deux câbles peuvent être placés au lieu d'un, ce qui aura pour effet d'augmenter la taille de la région 2 de la figure 7.

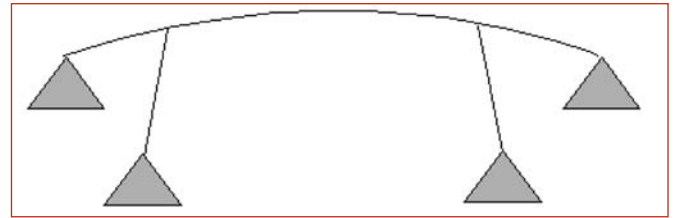


Figure 15 : Configuration avec deux câbles.

Afin d'éviter de créer des supports supplémentaires, un poteau central peut être mis en place et tenu avec les câbles inclinés comme indiqué dans la figure 16. Cette configuration ne sera pas aussi rigide que celle avec un câble central en raison de l'inclinaison des câbles.

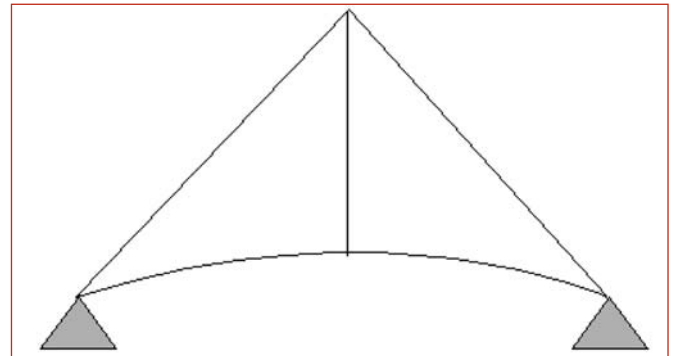


Figure 16 : Configuration avec un poteau central.

Le principe peut également être utilisé pour une poutre en porte-à-faux comme le montre la figure 17. La partie supérieure de la figure montre la configuration initiale et la partie inférieure de la figure montre la configuration avec un câble.

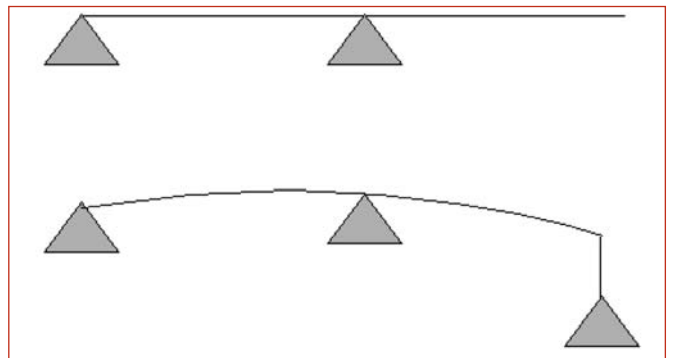


Figure 17 : Configuration pour une poutre en porte-à-faux.

## 7. CONCLUSION

Ce document présente une configuration originale de passerelle sur trois supports. L'appui central est constitué d'un câble. La tension dans le câble vient de la précontrainte par flexion élastique de la poutre. L'appui central présente l'avantage de ne pas pouvoir flamber tant qu'il reste tendu. Selon la géométrie et les matériaux utilisés, les calculs ont montré que le plan  $(L/h, \sigma/E)$ , (c'est-à-dire l'élancement versus la contrainte maximum /module de Young) peut être divisé en trois régions. Dans la première région, le câble

est inutile, dans la deuxième région, la résistance des matériaux est le principal critère de conception et enfin dans la troisième région le module de Young est le principal critère de conception. Dans la deuxième région, les matériaux composites sont bien adaptés car ils ont une résistance élevée et un faible module de Young. En revanche, dans la troisième région les matériaux composites sont peu adaptés car leur module de Young reste trop faible au regard du module de l'acier. La construction d'un prototype a montré que la structure peut facilement être réalisée avec des éléments standards pultrudés. Les essais ont également montré que le concept fonctionne mécaniquement. La construction de ce prototype n'ayant utilisé que des poutres standards, le prix global du prototype reste acceptable. Les matériaux composites restant légers et compte tenu de leur haut ratio résistance sur poids propre, une passerelle utilisant ce principe peut être facilement mise en place dans des environnements complexes et fortement urbanisés.

## 8. REMERCIEMENTS

Nous souhaitons remercier les étudiants de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées qui ont participé très activement à ce projet (A. Cordero, F. Pineau, D. Gary, A.

Brax, S. Bertoux, L. Missemmer, S. Martin, M. Beaugelin, J. Bonthoux et J. Jacquemin) ainsi qu'au financeur du projet, le consortium V.I.T.R.E.S de l'institut Carnot.

## 9. BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Limam, O., Nguyen, V.T. and Foret, G.**, « Numerical and experimental analysis of two way slabs strengthened with CFRP strips », *Engineering Structures*, n° 27, 2005, p. 841-845
- [2] **Douthe C., Baverel O., Caron J.F.**, « Formfinding of a grid shell in composite materials », *Journal of the international association for shell and spatial structures*, vol. 47, n° 1, 2006, p. 53-62.
- [3] **Douthe C., Baverel O., Caron JF** Gridshell in composite materials: towards wide span shelters *Journal of the international association for shell and spatial structures*. vol. 48 (2007 n° 3 p175-180 )
- [4] **Baverel O., Nooshin H.** « Configuration processing of Nexorade using genetic algorithm »: *Journal of the International Association for Shells and Space Structures*. 2004, vol. 45, n°2, pp. 99-108
- [5] **Julich S., Caron J.F., Baverel O.**, « Selfstressed Bowstring Footbridge in FRP », *Composite structures*, in press 2008.